

Algèbre et calcul matriciel

Devoir #4: Valeurs propres et vecteurs propres

1. Soit les matrices A , et B suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

- Calculer les valeurs propres des matrices A , et B
- Calculer les vecteurs propres des matrices A , et B
- Calculer les valeurs propres des matrices $A^T A$, et $B^T B$
- Diagonaliser les matrices A et $A^T A$ si elles sont diagonalisables

Soit la matrice M diagonale par blocs telle que: $M = \text{diagonale}(A, B)$

- Montrer que les valeurs propres de la matrice M sont égales aux valeurs propres des matrices A et B
- Calculer les vecteurs propres de M

2. Soit les matrices suivantes:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

- Calculer les déterminant de A et B
- Calculer les valeurs propres de A et B
- Calculer les valeurs propres et vecteurs de propres de A et B en utilisant la fonction de Matlab qui permet de faire ce calcul
- Déterminer la relation entre le déterminant et les valeurs propres de A et B
- Démontrer que le déterminant d'une matrice de dimension n est égal au produits des valeurs propres quand il existe n valeurs propres distinctes