IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.1 Choix des signaux d'entrée (1)

Signaux d'entrée suffisamment riches

Modèle LRP:

* N_θ Composantes fréquentielles au minimum
* $\Leftrightarrow \dfrac{N_\theta}{2}$ sinusoïdes
* $\Phi^T\Phi$ de plein rang : $= N_\theta$

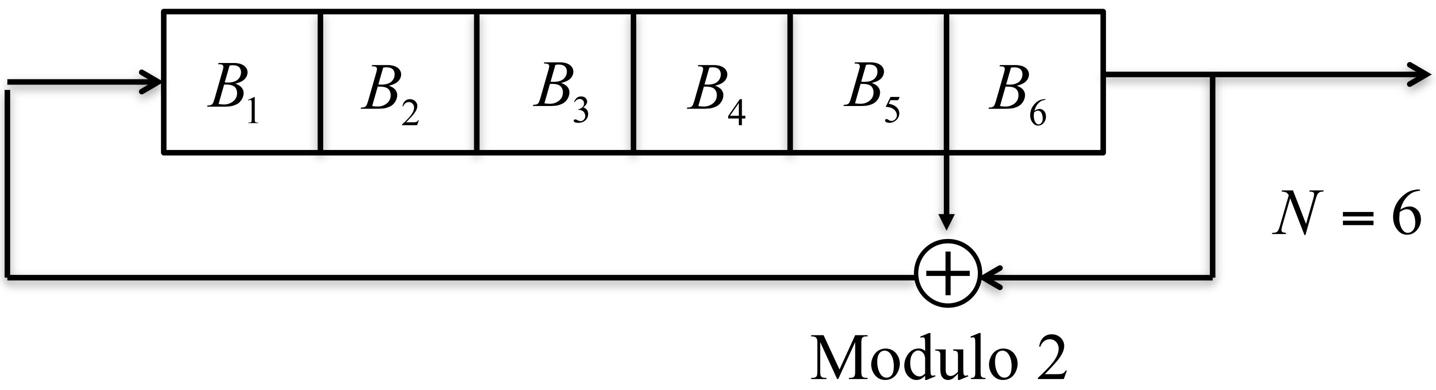
IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.1 Choix des signaux d'entrée (2)

Utilisation de séquences binaires pseudo-aléatoires (SBPA, « PRBS »)

Générée facilement avec des registres à décalage

<u>Exemple:</u>



$N = 6$ Registres

Longueur de la séquence $L = 2^N - 1 = 2^6 - 1 = 63$

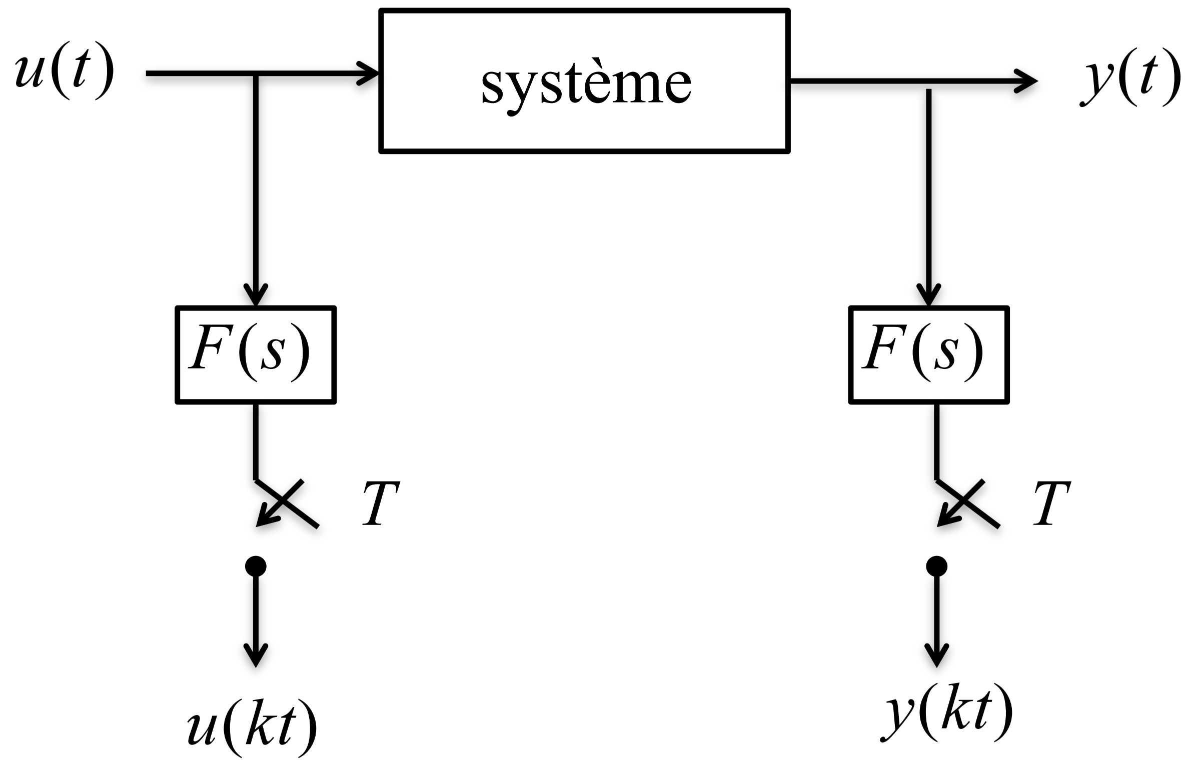
Durée maximale d'une suite de 1 ou de 0 $= NT$

$T =$ Période d'échantillonnage $NT \geq 3t_m$ Pour identifier le gain

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.2 Echantillonnage (1)

A. Entrée analogique



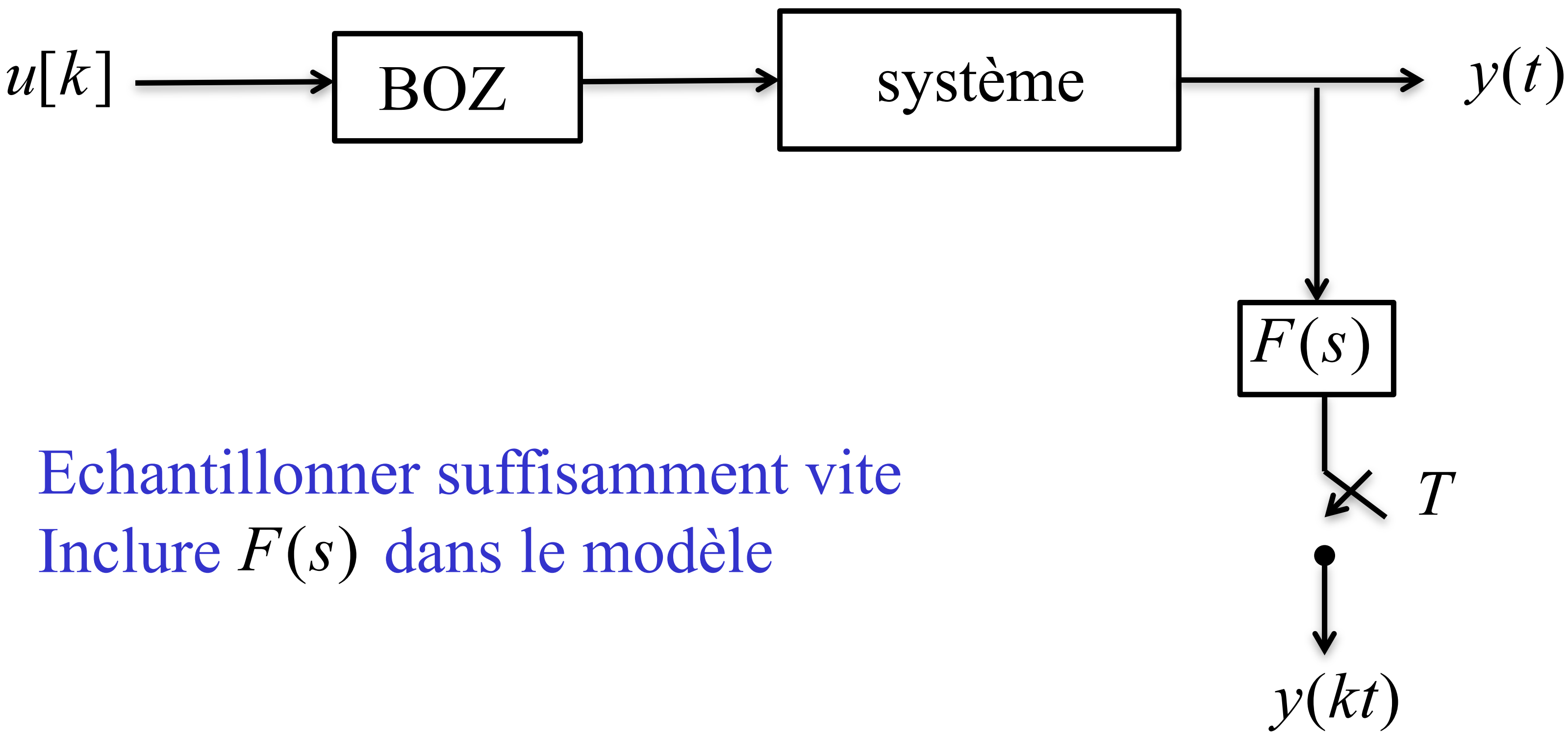
$F(s)$ filtre anti repliement fréquence de coupure f_B

$$f_e = \frac{1}{T} \geq 2f_B$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.2 Echantillonnage (2)

B. Entrée numérique



1. Echantillonner suffisamment vite
2. Inclure $F(s)$ dans le modèle

Choix de T

- T trop grand $\Rightarrow$ mauvais modèle dynamique
- T trop petit $\Rightarrow$ pôles près de $z = 1$

$\Rightarrow$ sous échantillonnage + filtrage anti repliement numérique

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (1)

A. Elimination des points aberrants

Visualisation des données + élimination

B. Sous échantillonnage

Si $T < \frac{1}{100}$ de la constante de temps dominante

Faire un filtrage passe-bas numérique avant décimation

$$f_e = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad f_e' = \frac{1}{nT} = \frac{f_e}{n}$$

Fréquence de coupure $\quad f_c \leq \frac{f_e}{2n}$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (2)

Exemples

Filtre RII $$F(z) = \frac{1-\alpha}{1-\alpha z^{-1}}$$

$$\alpha = e^{-T/\tau_c}$$
$$= e^{-2\pi T f_c}$$
$$= e^{-\lambda\frac{\pi}{n}} \quad \lambda \leq 1$$

Filtre RIF $$F(z) = \frac{1 + z^{-1} + z^{-2} + \ldots + z^{-(n-1)}}{n}$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (3)

C. Elimination des perturbations basse-fréquence

C1. Elimination de la composante continue

1) Point de fonctionnement connu (u_0, y_0)

$$y_f[k] = y[k] - y_0$$

$$u_f[k] = u[k] - u_0$$

2) Point de fonctionnement inconnu

$$y_f[k] = y[k] - \left(\frac{1}{N} \sum_{k'=1}^{N} y[k'] \right)$$

$$u_f[k] = u[k] - \left(\frac{1}{N} \sum_{k'=1}^{N} u[k'] \right)$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

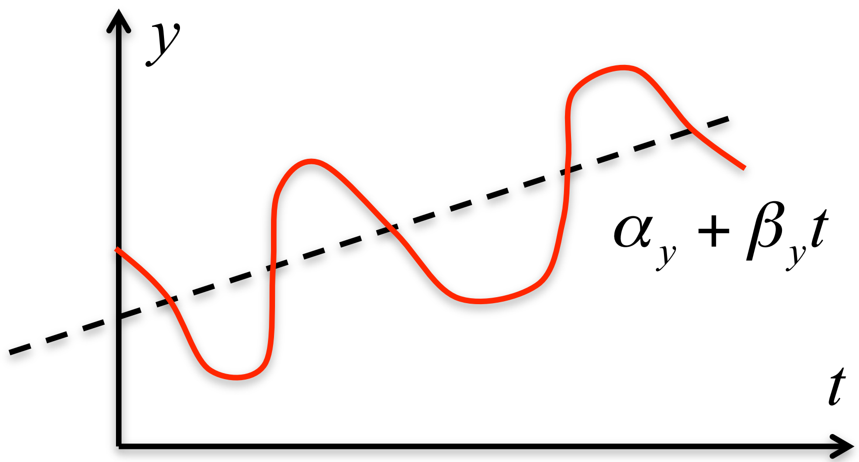
IV.3 Prétraitement des données (4)

C2. Elimination des dérives lentes

1) La dérive suit une droite de pente constante

$$y(t) = \alpha_y + \beta_y t + y'(t)$$

$$u(t) = \alpha_u + \beta_u t + u'(t)$$



a) $$y_f[k] = y[k] - \alpha_y - \beta_y kT$$

$$u_f[k] = u[k] - \alpha_u - \beta_u kT$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (5)

b) $y_f[k] = y[k] - \hat{\alpha}_y - \hat{\beta}_y kT$

$$u_f[k] = u[k] - \hat{\alpha}_u - \hat{\beta}_u kT$$

$$\hat{\beta}_y = \frac{1}{N-1} \sum_{k=2}^{N} \frac{y(kT) - y((k-1)T)}{T} \qquad \hat{\alpha}_y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} y(kt) - \hat{\beta}_y kt$$

$$\hat{\beta}_u = \frac{1}{N-1} \sum_{k=2}^{N} \frac{u(kT) - u((k-1)T)}{T} \qquad \hat{\alpha}_u = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u(kt) - \hat{\beta}_u kt$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (6)

2) Filtrage passe-haut

$$F(z) = (1-\alpha)\frac{(1-z^{-1})}{1-\alpha z^{-1}}$$

$$Y_f(z) = F(z)Y(z)$$

$$U_f(z) = F(z)U(z)$$

$$\Rightarrow \quad y_f[k] = \alpha\, y_f[k-1] + (1-\alpha)(y[k] - y[k-1])$$

$$\alpha = e^{\frac{-T}{t_f}} \qquad t_f = t_{95\%} \approx 3\tau$$

1er ordre

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (7)

3) Action intégrale dans le modèle de bruit

Exemple: Modèle ARIMAX

$$A(q)y[k] = B(q)u[k] + \frac{C(q)}{1-q^{-1}}w[k]$$

$$\Leftrightarrow A(q)\Delta y[k] = B(q)\Delta u[k] + C(q)w[k]$$

$$\Delta y[k] = y[k] - y[k-1]$$

$$\Delta u[k] = u[k] - u[k-1]$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (8)

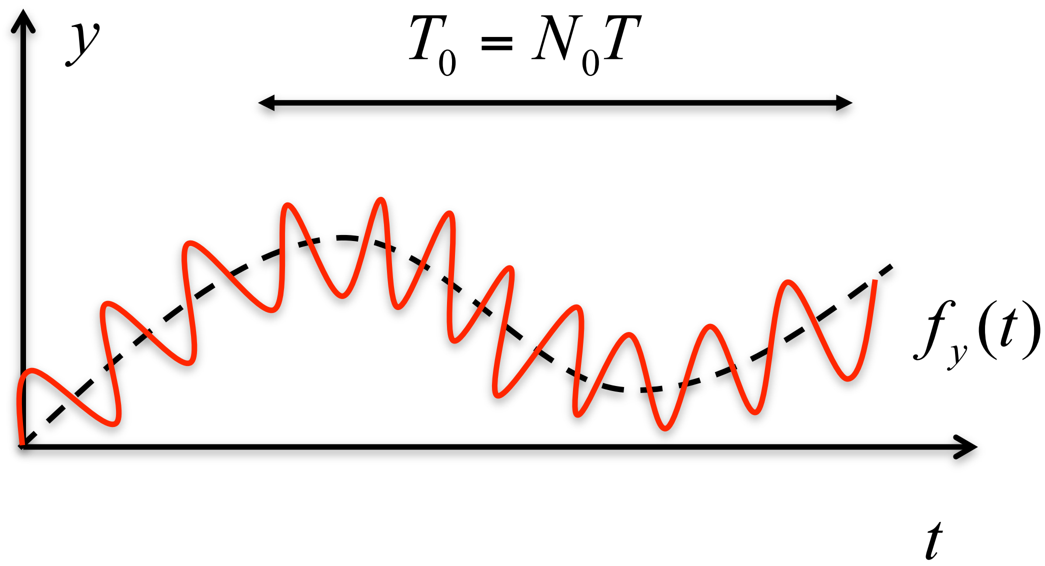
4) Dérive lente périodique

$$y(t) = f_y(t) + y'(t)$$

$$u(t) = f_u(t) + u'(t)$$

$$y_f(t) = y[k] - f_y(kT)$$

$$u_f(t) = u[k] - f_u(kT)$$



$$\hat{f}_y(kT) = \frac{N_0}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{N_0}-1} y((k \bmod N_0)T + iT_0)$$

$$\hat{f}_u(kT) = \frac{N_0}{N} \sum_{i=0}^{\frac{N}{N_0}-1} u((k \bmod N_0)T + iT_0)$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (9)

5) Dérive périodique dans le modèle de bruit

Exemple: Modèle ARMAX

$$A(q)y[k] = B(q)u[k] + \frac{C(q)}{1-q^{-N_0}}w[k]$$

$$\Leftrightarrow A(q)\Delta_{N_0}y[k] = B(q)\Delta_{N_0}u[k] + C(q)w[k]$$

$$\Delta_{N_0}y[k] = y[k] - y[k-N_0]$$

$$\Delta_{N_0}u[k] = u[k] - u[k-N_0]$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (10)

D. Mise à l'échelle des données

Meilleur conditionnement

$$y_f[k] = \alpha\, y[k] \quad Avec \quad \alpha = \frac{|u|_{\max}}{|y|_{\max}} \qquad\qquad \alpha = \frac{\sum_{k=1}^{N} |u|}{\sum_{k=1}^{N} |y|}$$

E. Systèmes avec action intégrale

$$\Delta y_f[k] = y[k] - y[k-1]$$

Modèle $u[k] \rightarrow \Delta y[k]$

<u>Exemple</u>: Modèle ARMAX

$$A(q)\Delta y[k] = B(q)u[k] + C(q)w[k]$$

$$\Leftrightarrow \quad y[k] = \frac{B(q)}{(1-q^{-1})A(q)}u[k] + \frac{C(q)}{A(q)(1-q^{-1})}w[k]$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (11)

F. Filtrage du bruit de mesure

$$y_f[k] = F(q^{-1})y[k]$$

$$u_f[k] = F(q^{-1})u[k]$$

1) Filtre passe-bas

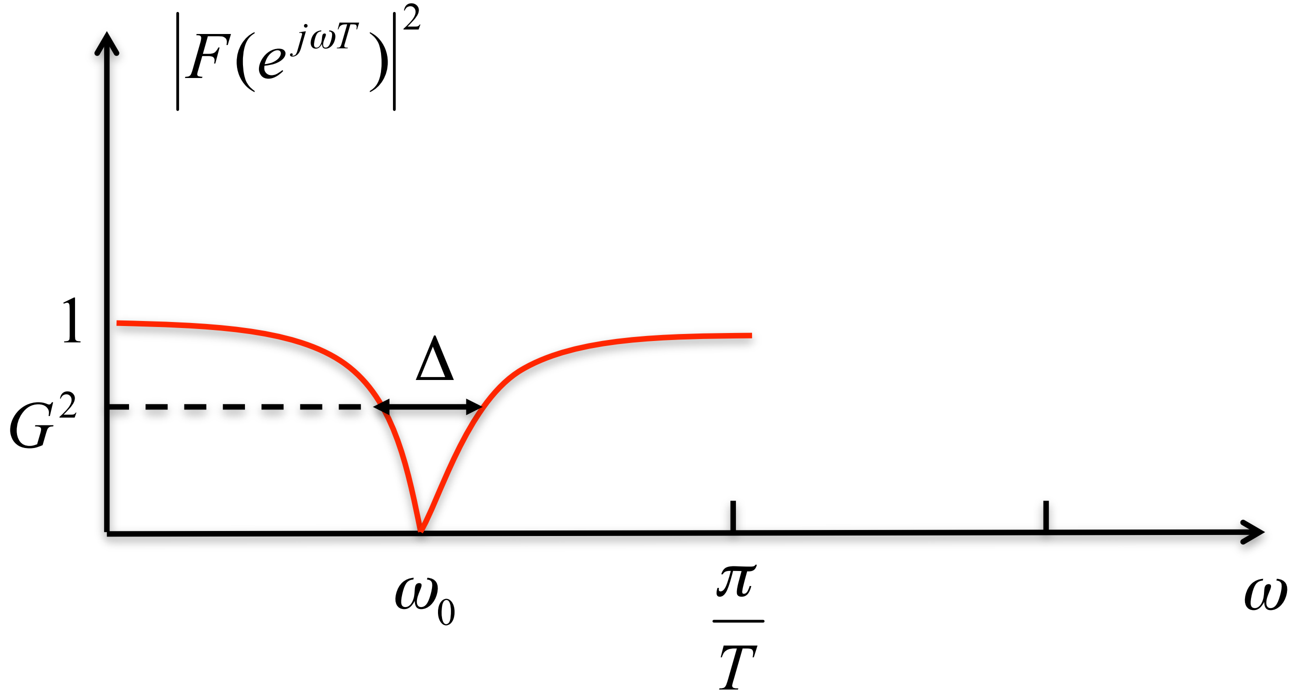
$$F(z) = \frac{(1-\alpha)}{1-\alpha z^{-1}} \qquad \alpha = e^{\frac{-T}{t_f}} \qquad t_f \approx \frac{1}{3}\tau$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.3 Prétraitement des données (12)

2) Filtre « trou »

$$F(z) = b\,\frac{1-2\cos(\omega_0 T)z^{-1}+z^{-2}}{1-2b\cos(\omega_0 T)z^{-1}+(2b-1)z^{-2}} \qquad b=\frac{1}{1+\dfrac{\sqrt{1-G^2}}{G}\tan\dfrac{\Delta}{2}}$$



IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (1)

A. Détermination du retard n_r

- Si n_r sous estimé

  $\Rightarrow$ premier coefficient de $B(q) \approx 0$

  $$|b_1| < 0{,}15|b_2| \Rightarrow n_r = n_r + 1$$

- « essais et erreur »

  n_r trop grand $\Rightarrow$ mauvaise qualité du modèle

  $\Rightarrow$ augmenter progressivement n_r

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (2)

B. Détermination de la structure $(n_a, n_b, n_c, \ldots)$

1) Principe de parcimonie

- Commencer avec des modèles simples:

  ARX
  Erreur de sortie
  ARMAX
  Variables instrumentales

- Commencer avec des structures simples

$$n_a = 2 \quad \text{ou} \quad n_f = 2$$

$$n_b = 2$$

$$n_r = 1$$

$$n_c = n_a$$

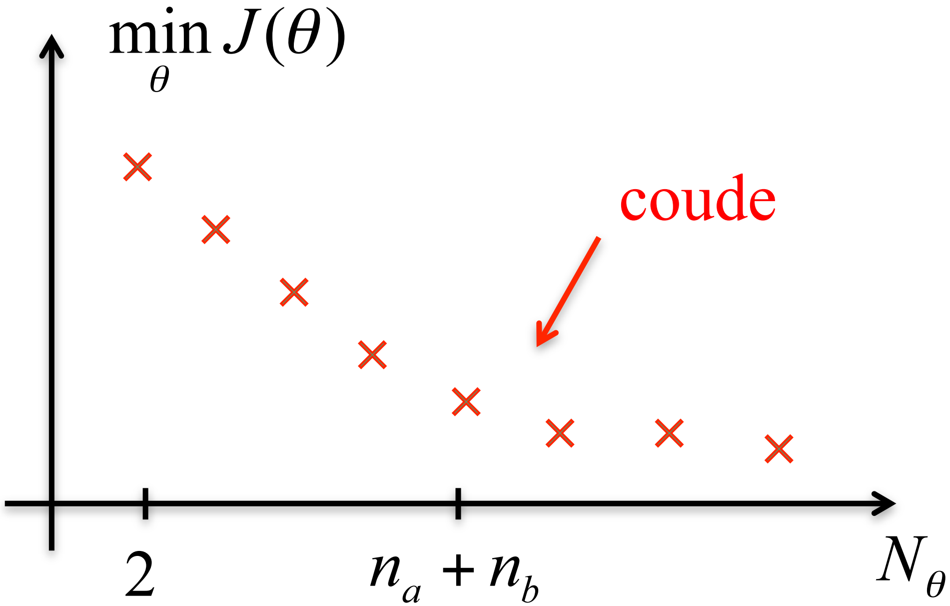
IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (3)

2) Identification de l'ordre

Augmenter progressivement la complexité n_a, n_b, n_f

Observer l'évolution de $\min\limits_{\theta} J(\theta)$



$J(\theta)$ décroit toujours mais généralement il y a un effet de « saturation »

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (4)

C. Critère pénalisant la complexité

Ne s'applique pas aux méthodes avec variables instrumentales

1) Le test - F

$M_1(\theta_1)$

$M_2(\theta_2)$

$N_{\theta_2} > N_{\theta_1}$ $\quad M_1 \subset M_2$

$$V_1 = \min_{\theta_1} J(\theta_1) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} e[k,\theta_1]^2$$

$$V_2 = \min_{\theta_2} J(\theta_2)$$

$w[k]$ bruit blanc $\quad N(0,\sigma_i^2) \quad i = 1,2$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (5)

Sous l'hypothèse que le vrai modèle est M_1 et $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$\left(\frac{N - N_{\theta_2}}{N_{\theta_2} - N_{\theta_1}}\right)\left(\frac{V_1 - V_2}{V_2}\right) \sim F\left(N_{\theta_2} - N_{\theta_1}, N - N_{\theta_2}\right)$$

Distribution de Fisher-Snedecor avec degrés de liberté $\begin{cases}(N_{\theta_2} - N_{\theta_1}) \\ (N - N_{\theta_2})\end{cases}$

$\Rightarrow$ Rejeter M_1 si

$$\left(\frac{N - N_{\theta_2}}{N_{\theta_2} - N_{\theta_1}}\right)\left(\frac{V_1 - V_2}{V_2}\right) > F_\alpha\left(N_{\theta_2} - N_{\theta_1}, N - N_{\theta_2}\right)$$

$\alpha = 0{,}95$ ou $\alpha = 0{,}99$

$(1-\alpha)$ est la probabilité de rejeter M_1 alors que M_1 est le «bon» modèle

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.4 Calcul du modèle (6)

2) Critère AIC « Akaike Information Criteria »

$$J_{AIC}(\theta) = \ln(J(\theta)) + \frac{2N_\theta}{N}$$

$$\approx \ln\left[\left(1 + \frac{2N_\theta}{N}\right) J(\theta)\right] \quad \text{si} \quad N_\theta << N$$

$$J(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} e[k,\theta]^2$$

3) Critère FPE « Final Prédiction Error»

$$J_{FPE}(\theta) = \left(\frac{1 + \frac{N_\theta}{N}}{1 - \frac{N_\theta}{N}} \right) J(\theta)$$

D. Calcul des pôles et zéros

Proches d'une annulation $\Rightarrow$ ordre trop élevé

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION
IV.5 Validation (1)

! Prendre un jeu de données pour la validation qui n'a pas servi au calcul du modèle

A. Simulation

Inspection visuelle des simulations

≠ prédiction (à 1 pas)

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (2)

B. Analyse des résidus

Résidus = Erreur de prédictions à un pas

$$e(k,\theta) = y(k) - \hat{y}(k,\theta)$$

Bon modèle $\Rightarrow$

1. $\{e(k)\}$ bruit blanc de moyenne 0
2. $\{e(k)\}$ distribution normale
3. $\{e(k)\}$ distribué symétriquement
4. $\{e(k)\}$ indépendant des entrées (passées)
5. $\{e(k)\}$ indépendant de la production de la sortie

IV.5 Validation (3)

1) Blancheur des résidus

Estimée de la covariance des résidus

$$\hat{R}_e[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-\tau} e[k]\, e[k+\tau]$$

$$\Rightarrow \hat{R}_e[0] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} e^2[k] = J(\hat{\theta})$$

$=$ Estimée de la variance

Hypothèse $e[k]$ bruit blanc

a) $\sqrt{N}\,\dfrac{\hat{R}_e[\tau]}{\hat{R}_e[0]}$ distribution normale $N(0,1)$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (4)

$$\sqrt{N}\,\frac{\hat{R}_e[\tau]}{\hat{R}_e[0]} = \sqrt{N} \qquad \text{si} \quad \tau = 0$$

$$\le 1{,}808 \qquad \text{Avec probabilité 93\% si} \quad \tau \neq 0$$

$$\le 1{,}96 \qquad \text{Avec probabilité 95\% si} \quad \tau \neq 0$$

$$\le 2{,}58 \qquad \text{Avec probabilité 99\% si} \quad \tau \neq 0$$

b) $$\frac{N}{\hat{R}_e^2[0]} \sum_{i=1}^{m} \hat{R}_e^2[i] \quad \text{distribution} \quad \mathrm{X}^2(m)$$

$$\frac{N}{\hat{R}_e^2[0]} \sum_{i=1}^{m} \hat{R}_e^2[i] \;\le\; \mathrm{X}_\alpha^2(m) \qquad \text{avec probabilité} \quad \alpha$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (5)

2) Non corrélation des entrées et des résidus

Estimée de l'intercorrélation

$$\hat{R}_{eu}[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1-\min(0,\tau)}^{N-\max(0,\tau)} e[k+\tau]\, u[k]$$

Estimée de la covariance de l'entrée

$$\hat{R}_{u}[0] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} u^2[k]$$

Hypothèse: $e[k]$ bruit blanc indépendant de $u[k]$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (6)

1) $$\frac{\sqrt{N}\ \hat{R}_{eu}[\tau]}{\sqrt{\hat{R}_e[0]\ \hat{R}_u[0]}}$$ distribution normale $N(0,1)$

$$\Rightarrow \left|\frac{\sqrt{N}\ \hat{R}_{eu}[\tau]}{\sqrt{\hat{R}_e[0]\ \hat{R}_u[0]}}\right| \leq N_\alpha$$ avec probabilité α

2) $$\frac{N \sum_{i=1}^{m} \hat{R}_{eu}^2[i]}{\hat{R}_e[0]\ \hat{R}_u[0]}$$ distribution $\mathrm{X}^2(m)$

$$\Rightarrow \frac{N \sum_{i=1}^{m} \hat{R}_{eu}^2[i]}{\hat{R}_e[0]\ \hat{R}_u[0]} \leq \mathrm{X}_\alpha^2$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (7)

3) Test du nombre de passages par zéro

Soit $\hat{z}_N$ le nombre de passages par zéro des résidus $\hat{z}_N = \sum_{i=1}^{N-1} \delta_i$

avec $\delta_i = 1 \quad \text{si} \quad e[i]\, e[i+1] < 0$

$\delta_i = 0 \quad \text{si} \quad \text{non}$

$\hat{z}_N$ a une distribution $N\left(\frac{N}{2}, \frac{N}{4}\right)$

$$\frac{\hat{z}_N - \frac{N}{2}}{\frac{\sqrt{N}}{2}} \sim N(0,1) \quad \Rightarrow \left| \frac{\hat{z}_N - \frac{N}{2}}{\frac{\sqrt{N}}{2}} \right| \leq N_\alpha$$

avec probabilité α

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (8)

4) Test de non corrélation des résidus et de la sortie prédite

Dans le cas des méthodes

- de la variable instrumentale
- erreur de sortie

La prédiction de la sortie $e[k,\theta]$ est non corrélée avec

$e[k] = y[k] - \hat{y}[k,\theta]$

Soit l'intercorrélation entre $e[k]$ et $\hat{y}[k,\theta] = y_m[k]$

$$\hat{R}_{ey_m}[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1-\min(0,\tau)}^{N-\max(0,\tau)} e[k+\tau]\, y_m[k]$$

$$\hat{R}_{y_m}[0] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} y_m^2[k]$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (9)

Hypothèse $e[k]$ indépendant de $y_m[k]$

1) $$\frac{\sqrt{N}\ \hat{R}_{ey_m}[\tau]}{\sqrt{\hat{R}_e[0]\,\hat{R}_{y_m}[0]}} \sim N(0,1)$$

2) $$\frac{N\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\hat{R}^2_{ey_m}[i]}{\hat{R}_e[0]\,\hat{R}_{y_m}[0]} \sim \mathrm{X}^2(m)$$

IV.5 Validation (10)

C. Analyse spectrale

Soit $y[k] = G(q)u[k] + \upsilon[k]$ $\qquad \upsilon[k]$ bruit coloré

$= y_m[k] + \upsilon[k]$

1) Estimateur de la transformée de Fourier empirique (ETFE)

Si $\upsilon[k] = 0$

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} y[k]e^{-j\omega k}$$

Transformée de Fourier

$$U(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u[k]e^{-j\omega k}$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION
IV.5 Validation (11)

Remarque: Transformée de Fourier discrète d'une séquence de longueur N :

$$Y_N[n] = Y(e^{j\frac{2\pi n}{N}}) = \sum_{k=0}^{N-1} y[k]e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

$$U_N[n] = U(e^{j\frac{2\pi n}{N}}) = \sum_{k=0}^{N-1} u[k]e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$$

$$Y(e^{j\omega}) = G(e^{j\omega})U(e^{j\omega})$$

ETFE $\quad \hat{G}_0^N(e^{j\omega}) = \dfrac{Y_N(\omega)}{U_N(\omega)}$

avec $\quad Y_N(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} y[k]e^{-j\omega k} \quad$ et $\quad U_N(\omega) = \sum_{k=0}^{N-1} u[k]e^{-j\omega k}$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (12)

En pratique

1. $Y_N(\omega) \neq Y(e^{j\omega})$ car N devrait être ∞

2. $v[k] \neq 0$

$\Rightarrow$ ETFE
- Estimateur asymptotiquement non biaisé
- Estimateur non consistant

$\Rightarrow$ Moyenne de plusieurs ETFE

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (13)

2) Estimation spectrale numérique

Si $\upsilon[k] \neq 0$ indépendant de $u[k]$

$\Rightarrow$ Corrélation entre y et u

$$R_{yu}[\tau] = R_{y_m u}[\tau] \quad \text{avec} \quad y_m[k] = G(q)u[k]$$

Interdensité spectrale entre y et u

$$\Phi_{yu}(e^{j\omega}) = TF\{R_{yu}[\tau]\}$$

$$= \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} R_{yu}[\tau]e^{-j\omega\tau}$$

$$= G(e^{j\omega})\,\Phi_u(e^{j\omega})$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (14)

où $$\Phi_u(e^{j\omega}) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} R_u[\tau] e^{-j\omega\tau} = TF\{R_u[\tau]\}$$ Densité spectrale de $u[k]$

où $R_u[\tau] =$ autocorrélation de $u[k]$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (15)

a) Estimation du spectre

$$\hat{G}_N(e^{j\omega}) = \frac{\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)}{\hat{\Phi}_u^N(\omega)}$$

avec * $\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega) = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} \hat{R}_{yu}^N[\tau] e^{-j\omega\tau}$ avec $\gamma < N$

et $$\hat{R}_{yu}^N[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-\tau} y[k+\tau]u[k] \quad \text{si} \quad \tau \geq 0$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1-\tau}^{N} y[k+\tau]u[k] \quad \text{si} \quad \tau < 0$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (16)

$$* \quad \hat{\Phi}_u^N(\omega) = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} \hat{R}_u^N[\tau] e^{-j\omega\tau}$$

$$\text{et} \quad \hat{R}_u^N[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-|\tau|} u[k+|\tau|]u[k]$$

Estimateur

- Asymptotiquement non biaisé
- Pas consistant

⇨ Fluctuation d'autant plus rapide que N est grand

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION
IV.5 Validation (17)

Lissage par une fenêtre

$$\hat{\Phi}_{yu}^{N}(\omega) = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} \hat{R}_{yu}^{N}[\tau]\, w_{\gamma}[\tau]\, e^{-j\omega\tau}$$

$$\hat{\Phi}_{u}^{N}(\omega) = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} \hat{R}_{u}^{N}[\tau]\, w_{\gamma}[\tau]\, e^{-j\omega\tau}$$

où $w_{\gamma}[\tau]$ est une fenêtre de taille $2\gamma + 1$

Fenêtres: - Hanning
- Hamming
- Parzen

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (18)

Moyennage

1) Couper la séquence en M séquences de longueur $L = \dfrac{N}{M}$

2) Faire la moyenne arithmétique des M spectres

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (19)

b) Estimation du spectre du bruit

$$\Phi_y(\omega) = \left|G(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_u(\omega) + \Phi_v(\omega)$$

Estimateur du spectre du bruit

$$\hat{\Phi}_v^N(\omega) = \hat{\Phi}_y^N(\omega) - \frac{\left(\hat{\Phi}_{yu}^N(\omega)\right)^2}{\hat{\Phi}_u^N(\omega)}$$

avec $$\hat{\Phi}_y^N(\omega) = \sum_{\tau=-\gamma}^{\gamma} w_\gamma[\tau]\, \hat{R}_y^N[\tau]\, e^{-j\omega\tau}$$

$$\hat{R}_y^N[\tau] = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-|\tau|} y[k+\tau] y[k]$$

IV. MISE EN ŒUVRE ET VALIDATION

IV.5 Validation (20)

c) Utilisation des spectres

1) Visualiser

$$\hat{G}_0^N(j\omega)\,,\,\hat{G}_N(j\omega)\,,\,\hat{\Phi}_v^N(\omega)$$

- « Roll-off » $\Rightarrow$ degré relatif dans $\hat{G}(j\omega)$
- Résonance $\Rightarrow$ paire de pôles complexes conjugués
- $\hat{\Phi}_v^N(\omega)$ indication sur le modèle de bruit

2) Validation

- Comparer diagramme de Bode du modèle et $\hat{G}_0^N(j\omega)$ ou $\hat{G}_N(j\omega)$
- Comparer densité spectrale du modèle de bruit et $\hat{\Phi}_v^N(\omega)$